

令和6年度中学生チャレンジテスト

第2学年 数 学

注 意

- 1 テスト問題は、1 ページから 18 ページまであります。先生の合図があるまで、問題冊子を開かないでください。
- 2 解答はすべて解答用紙④（数学）に記入してください。
- 3 解答は、HB または B の黒鉛筆（シャープペンシルも可）を使い、濃く、はっきりと書いてください。また、消すときは消しゴムできれいに消してください。
- 4 解答を選択肢から選ぶ問題は、解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。
- 5 解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。
また、解答欄からはみ出さないように書いてください。
- 6 解答用紙は、オモテ、ウラがあります。
- 7 解答用紙の〔生徒記入欄〕に、組、出席番号を記入し、マーク欄を黒く塗りつぶしてください。
- 8 テスト実施時間は、45 分です。

問題は、次のページから始まります。

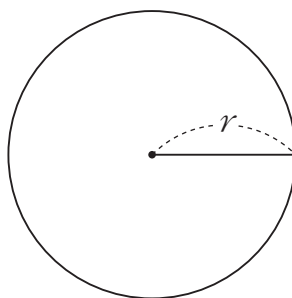
1 次の問いに答えなさい。

(1) $(2x + 5y) - (5x - 2y)$ を計算しなさい。

(2) $a = 2$ 、 $b = -3$ のとき、式 $a \times (-b^3) \div b$ の^{あた}値を求めなさい。

(3) 図は、半径 r の円です。

図



この円の周の長さ l は、次のように表されます。

$$l = 2\pi r$$

円の半径を求めるために、この式を r について解いた式として正しいものを、次のア～エから 1 つ選びなさい。

ア $r = \frac{2}{\pi l}$

イ $r = \frac{\pi l}{2}$

ウ $r = \frac{l}{2\pi}$

エ $r = \frac{2\pi}{l}$

2 次の問いに答えなさい。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} a + b = 8 \\ 2a + b = 11 \end{cases}$ の解を求めるために、2つの二元一次方程式

$a + b = 8$ 、 $2a + b = 11$ をそれぞれ成り立たせる a 、 b の値の組^{あた}いを調べています。

表1、表2は、 a の値が -1 から 5 までの整数のときについて調べたものです。

表1

$a + b = 8$ を成り立たせる a 、 b の値の組

a	-1	0	1	2	3	4	5
b	9	8	7	6	5	4	3

表2

$2a + b = 11$ を成り立たせる a 、 b の値の組

a	-1	0	1	2	3	4	5
b	13	11	9	7	5	3	1

この連立方程式の解について正しく述べたものを、次のア～エから1つ選びなさい。

ア $a = 3$ 、 $b = 5$ の値の組は、表1、表2の両方にあるので、この連立方程式の解である。

イ $a = 3$ 、 $b = 5$ の値の組は、表1にあるので、この連立方程式の解である。

ウ $a = 3$ 、 $b = 5$ の値の組は、表2にあるので、この連立方程式の解である。

エ 表1、表2の a 、 b の値の組の中には、この連立方程式の解はない。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} y = x - 4 \\ -2x + 3y = -5 \end{cases}$ を解きなさい。

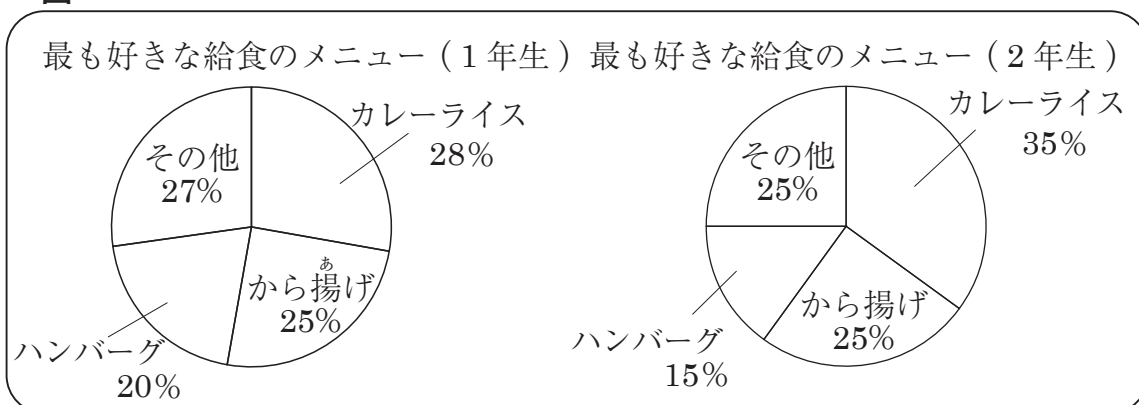
(3) 次の問題について考えます。

問題

ある中学校で、1年生と2年生の生徒全員を対象に、それぞれの「最も好きな給食のメニュー」を調査しました。

図中のグラフは、1年生と2年生のそれぞれについて、回答した人数が多かった上位3つのメニューと、そのメニューを回答した人数の学年全員の人数に占める割合を示したものです。ただし、1年生、2年生ともに生徒全員が回答したものとします。

図



1年生全員の人数と2年生全員の人数の合計が220人、ハンバーグと回答した、1年生の人数と2年生の人数の合計が38人のとき、1年生全員の人数と2年生全員の人数をそれぞれ求めなさい。

1年生全員の人数と2年生全員の人数をそれぞれ求めるために、1年生全員の人数を x 人、2年生全員の人数を y 人として、連立方程式をつくります。

$$\begin{cases} x + y = 220 & \cdots \cdots \text{①} \\ \boxed{} & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

①の式は、「1年生全員の人数と2年生全員の人数の合計」に着目してつくりました。②の式も、問題中のある数量に着目してつくることができます。着目する数量を、次のア～エから1つ選び、 $\boxed{}$ に当てはまる式を求めなさい。

ア ハンバーグと回答した、1年生の人数と2年生の人数の合計

イ ハンバーグと回答した、1年生の人数と2年生の人数の差

ウ ハンバーグと回答した、1年生の割合と2年生の割合の合計

エ ハンバーグと回答した、1年生の割合と2年生の割合の差

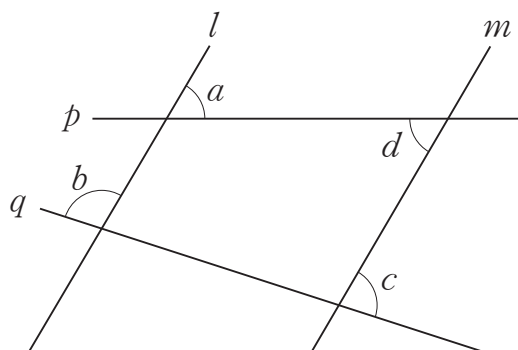
3 次の問いに答えなさい。

(1) 図1のように、2つの直線 l 、 m に2つの直線 p 、 q が交わっています。

あとのア～カのうち、どれが成り立つとき、図1の直線 l と直線 m が平行であるといえますか。当てはまるものを1つ選びなさい。

ただし、直線 p と直線 q は平行ではありません。

図1



ア $\angle a = \angle b$

イ $\angle a = \angle c$

ウ $\angle a = \angle d$

エ $\angle b = \angle c$

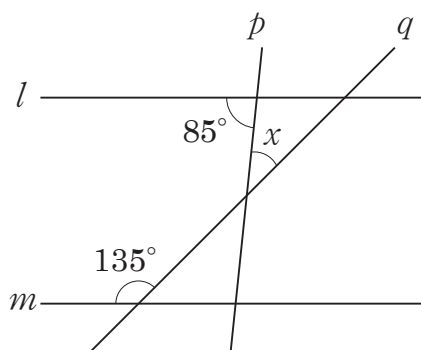
オ $\angle b = \angle d$

カ $\angle c = \angle d$

(2) 図2のように、2つの平行な直線 l 、 m に2つの直線 p 、 q が交わっています。

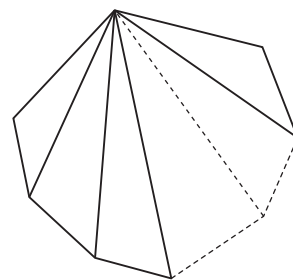
このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

図2



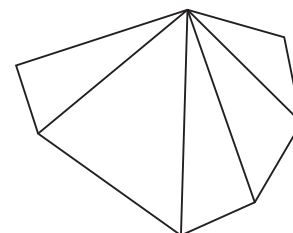
- (3) 図3のように、 n 角形を1つの頂点からひいた対角線によっていくつかの三角形に分けて考えると、 n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n - 2)$ で表すことができます。

図3



例えば、七角形の場合、図4のようにして内角の和を求めることができます。

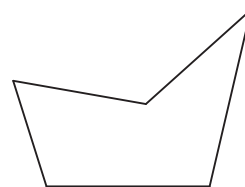
図4



$$\begin{aligned} 180^\circ \times (7 - 2) &= 180^\circ \times 5 \\ &= 900^\circ \end{aligned}$$

n 角形の内角の和を表す式 $180^\circ \times (n - 2)$ の $(n - 2)$ は、 n 角形において何を表していますか。次のア～オから正しいものを1つ選びなさい。

図5



ただし、図5のような、へこんだ部分のある n 角形は、考えないものとします。

ア 頂点の数

イ 辺の数

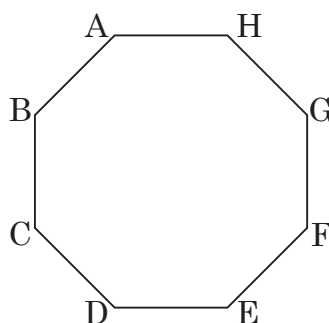
ウ 内角の数

エ 1つの頂点からひいた対角線の数

オ 1つの頂点からひいた対角線によって分けられた三角形の数

- (4) 図6の正八角形ABCDEFGHにおいて、頂点Aにおける外角の大きさとして正しいものを、あとのア～オから1つ選びなさい。

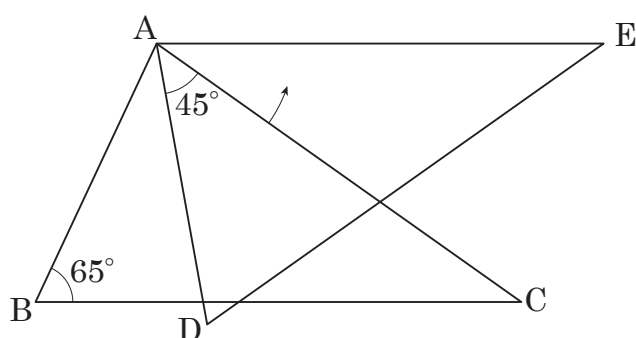
図6



- ア 45°
- イ 135°
- ウ 180°
- エ 225°
- オ 360°

- (5) 図7の $\triangle ABC$ は、 $\angle ABC = 65^\circ$ の三角形です。 $\triangle ADE$ は、 $\triangle ABC$ を頂点Aを中心として反時計回りに辺BCと辺AEが平行になるまで回転移動させたものです。このとき、 $\angle DAC = 45^\circ$ となりました。
 $\triangle ADE$ は、 $\triangle ABC$ を頂点Aを中心として反時計回りに何度回転移動したのですか。その角度を求めなさい。

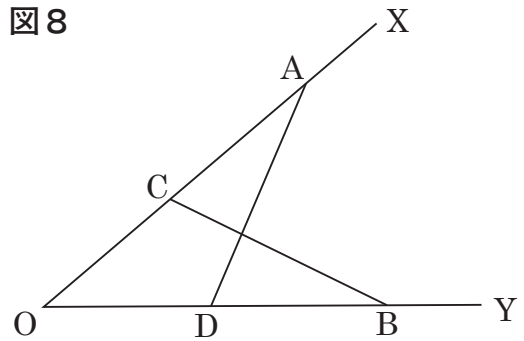
図7



(6) 図8のように、 $\angle XOY$ の辺OXと辺OY上 図8

に、 $OA = OB$ となるように点Aと点Bを、
 $OC = OD$ となるように点Cと点Dを、それぞれとります。

点Aと点D、点Bと点Cをそれぞれ線分で結ぶとき、 $AD = BC$ であることを次のように証明しました。



証明

$\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ において、

仮定より、 $OA = OB$ ……①

$OD = OC$ ……②

共通な角だから、 $\angle AOD = \angle BOC$ ……③

①、②、③から、あ がそれぞれ等しいので、

$\triangle AOD \equiv \triangle BOC$

合同な図形の対応する い は等しいから、

$AD = BC$

証明中の あ に当てはまるものを＜語群Ⅰ＞の ア～ウ から、

い に当てはまるものを＜語群Ⅱ＞の エ、オ から、それぞれ1つずつ
 選びなさい。

＜語群Ⅰ＞

ア 3組の辺 イ 2組の辺とその間の角 ウ 1組の辺とその両端^{りょうたん}の角

＜語群Ⅱ＞

エ 線分の長さ オ 角の大きさ

4 次の問いに答えなさい。

- (1) 表 1 は、変化の割合が -2 である一次関数について、 x の値とそれに対応する y の値を表しています。表 1 中の に当てはまる数として正しいものを、 y の増加量の求め方を参考にして、あとのア～エから 1 つ選びなさい。

表 1

x	...	2	...	5	...
y	...	6	...		...

y の増加量の求め方

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

$$\longrightarrow y \text{ の増加量} = (\text{変化の割合}) \times (x \text{ の増加量})$$

ア 12

イ 9

ウ 3

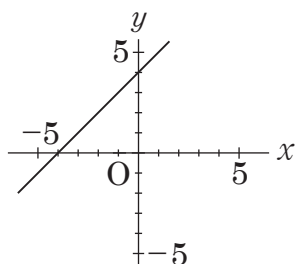
エ 0

- (2) 表2は、ある一次関数について、 x の値とそれに対応する y の値を表しています。
あとのア～エの中に、表2の x と y の関係を表すグラフがあります。それを1つ選びなさい。

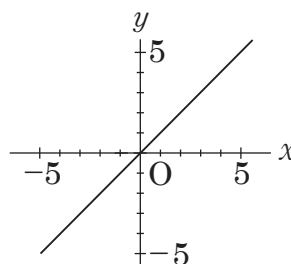
表2

x	...	-2	0	2	4	6	...
y	...	6	4	2	0	-2	...

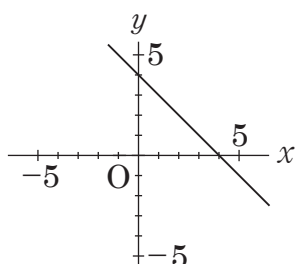
ア



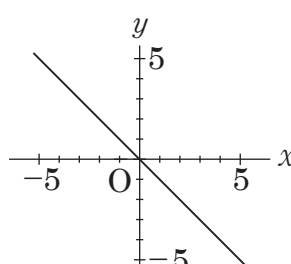
イ



ウ



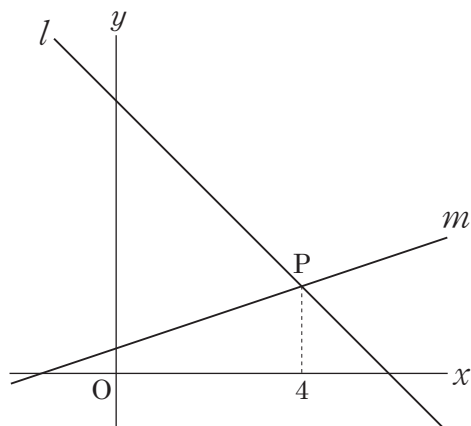
エ



- (3) 図1の直線 l 、 m は、それぞれ二元一次方程式 $x + y - 6 = 0$ 、 $-x + ky - 2 = 0$ のグラフです。点 P は、直線 l 、 m の交点です。

点 P の x 座標が4のとき、二元一次方程式 $-x + ky - 2 = 0$ の k の値を、あとのア～エから1つ選びなさい。

図1



ア -3

イ $-\frac{1}{3}$

ウ $\frac{1}{3}$

エ 3

- (4) 図2の直線①は、点(0, 2)と点A(2, 8)を通る一次関数 $y = 3x + 2$ のグラフです。直線②は、点(0, 2)と点B(2, 3)を通る一次関数 $y = \frac{1}{2}x + 2$ のグラフです。

図2

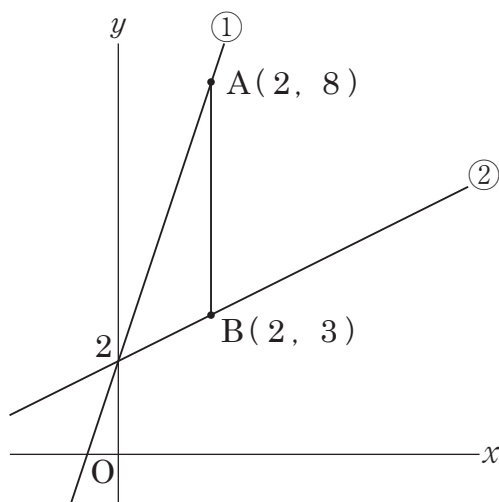


図2において、点(0, 2)を通る一次関数 $y = ax + 2$ のグラフが線分AB上の点を通るとき、 a の値の範囲はどのようなになりますか。

次の不等式の 、 に当てはまる数を求めなさい。

$$\boxed{\text{ア}} \leq a \leq \boxed{\text{イ}}$$

- (5) せなさんは、12時に駅を出発して、駅から2100 m離れた文化会館へ歩いて向かい、12時30分に着きました。

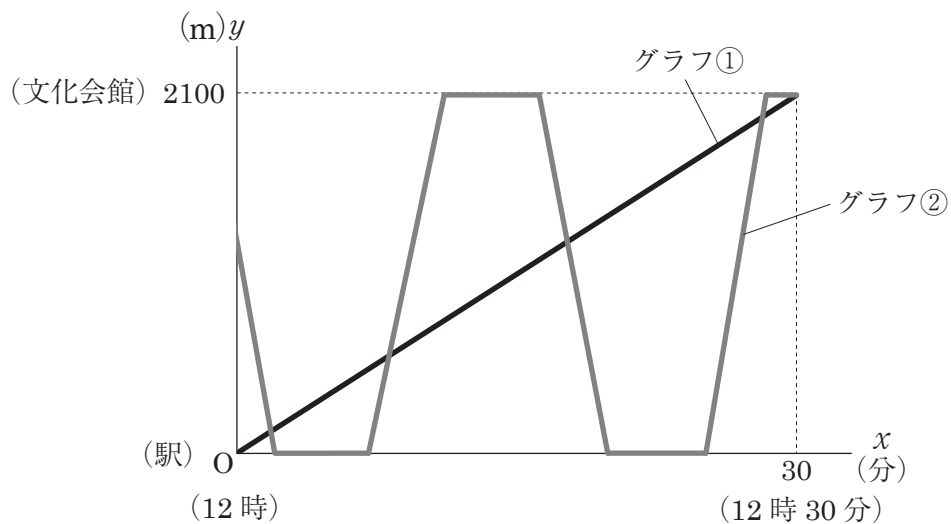
せなさんが文化会館に向かっている途中、駅に向かうバスとすれ違ったり、文化会館に向かうバスに追い越されたりしました。このバスは、せなさんが歩いている道を通り、駅と文化会館を往復して走っています。

図3は、12時から x 分後の、せなさんとバス、それぞれがいる地点の駅からの道のりを y mとして、12時から12時30分までの x と y の関係をグラフ①、グラフ②で表したものです。

せなさんが、駅を出発してから文化会館に着くまでの間に、文化会館に向かうバスに追い越された回数を、あとのア～エから1つ選びなさい。

ただし、バスが走る速さとせなさんが歩く速さはそれぞれ常に一定であるものとします。

図3



- ア 1回
イ 2回
ウ 3回
エ 4回

- 5 図1のカレンダーにおいて、カレンダー上の「5つの数」と「7つの数」について考えます。(1)、(2)の問いに答えなさい。

図1

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

- (1) 図1のカレンダーにおいて、図2のように配置された5つの数を、小さい順に a 、 b 、 c 、 d 、 e とします。図3は、図1において、 $a = 8$ 、 $b = 10$ 、 $c = 16$ 、 $d = 22$ 、 $e = 24$ となる例を示しています。

a 、 b 、 c 、 d 、 e について、①～③の問いに答えなさい。ただし a 、 b 、 c 、 d 、 e のすべてに数が入っている場合のみを考えるものとします。

図2

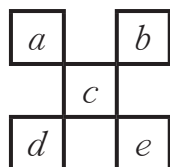


図3

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

- ① $e = 31$ のとき、 b に当てはまる数を求めなさい。
- ② 5つの数の和 $a + b + c + d + e$ は、5の倍数になります。このことを次のように説明しました。

説明1中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる数をそれぞれ入れて、説明1を完成しなさい。

説明1

a を用いて、 b 、 c 、 d 、 e は

$b = a + \boxed{\text{ア}}$ 、 $c = a + 8$ 、 $d = a + \boxed{\text{イ}}$ 、 $e = a + \boxed{\text{ウ}}$ と表せる。

よって、5つの数の和 $a + b + c + d + e$ は、

$$\begin{aligned}
 a + b + c + d + e &= a + (a + \boxed{\text{ア}}) + (a + 8) \\
 &\quad + (a + \boxed{\text{イ}}) + (a + \boxed{\text{ウ}}) \\
 &= 5a + 40 \\
 &= 5(a + 8)
 \end{aligned}$$

$a + 8$ は自然数だから、 $5(a + 8)$ は5の倍数である。

したがって、5つの数の和 $a + b + c + d + e$ は、5の倍数である。

- ③ $a + b + c + d + e = 5(a + 8)$ を用いて、 $a + b + c + d + e = 110$ のときの a の^{あた}値を求めなさい。

- (2) 図1のカレンダーにおいて、図4のように配置された7つの数を、小さい順にA、B、C、D、E、F、Gとします。図5は、図1において、 $A = 12$ 、 $B = 14$ 、 $C = 19$ 、 $D = 20$ 、 $E = 21$ 、 $F = 26$ 、 $G = 28$ となる例を示しています。

図4

A		B
C	D	E
F		G

図5 日 月 火 水 木 金 土

			1	2	3	4
			5	6	7	8
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

7つの数の和 $A + B + C + D + E + F + G$ は、ある数の倍数になります。このことを、説明1を参考にして、次のように説明しました。

説明2中の **工**、**才** には当てはまる文字や数を入れ、**力** には当てはまることばを入れて、説明2を完成しなさい。ただし、A、B、C、D、E、F、Gのすべてに数が入っている場合のみを考えるものとします。

説明2

$D = m$ (m は自然数) とすると、

m を用いて、A、B、C、E、F、Gは、 $A = m - 8$ 、 $B = m - 6$ 、 $C = m - 1$ 、 $E = m + 1$ 、 $F = m + 6$ 、 $G = m + 8$ と表せる。

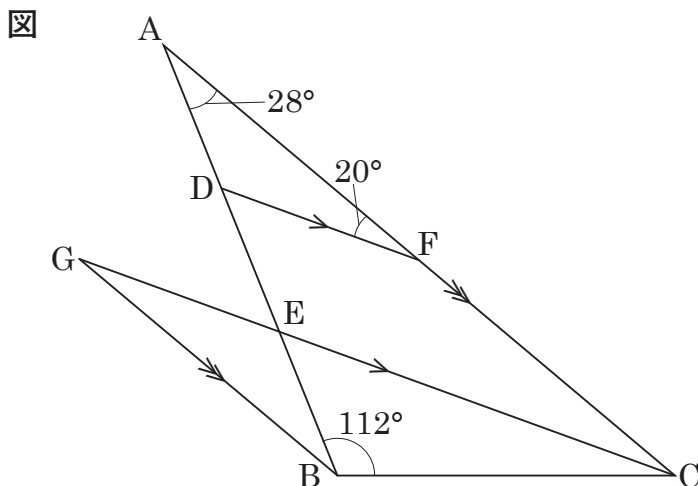
よって、7つの数の和 $A + B + C + D + E + F + G$ は、

$$\begin{aligned}
 & A + B + C + D + E + F + G \\
 &= (m - 8) + (m - 6) + (m - 1) + m + (m + 1) \\
 &\quad + (m + 6) + (m + 8) \\
 &= 7m
 \end{aligned}$$

工 は自然数だから、 $7m$ は **才** の倍数である。

したがって、**力**

- 6** 図の△ABCは、 $\angle BAC = 28^\circ$ 、 $\angle ABC = 112^\circ$ である三角形です。△ABCの辺AB上に $AD = BE$ となる2点D、Eがあります。点Dを通り直線CEと平行な直線と辺ACとの交点をF、点Bを通り辺ACに平行な直線と直線CEとの交点をGとします。 $\angle AFD = 20^\circ$ のとき、(1)、(2)の問いに答えなさい。



- (1) $\triangle ADF \equiv \triangle BEG$ であることを次のように証明しました。証明中の **あ** ～ **う** に当てはまる角をそれぞれ入れて、証明を完成しなさい。

証明

△ADFと△BEGにおいて、
仮定より、

$$AD = BE \quad \dots\dots \text{①}$$

AC // GBより、平行線の^{さっかく}錯角は等しいので、

$$\angle FAD = \text{あ} \quad \dots\dots \text{②}$$

DF // GCより、同位角は等しいので、

$$\angle AEC = \text{い} \quad \dots\dots \text{③}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle AEC = \text{う} \quad \dots\dots \text{④}$$

③、④より、

$$\angle ADF = \angle BEG \quad \dots\dots \text{⑤}$$

①、②、⑤から、1組の辺とその^{りょうたん}両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADF \equiv \triangle BEG$$

(2) 図において、 $\angle AFD$ と大きさの等しい角を、次のア～オからすべて選びなさい。

ア $\angle ACE$

イ $\angle BGE$

ウ $\angle EBG$

エ $\angle EDF$

オ $\angle BCE$

- 7 図1は、1辺の長さが36 cmの立方体の形をした2つの容器のうち、1つを水そうⅠ、もう1つにブロックを入れたものを水そうⅡとして示したものです。ブロックは、図2のような $PQ = 6\text{ cm}$ 、 $QR = 36\text{ cm}$ 、 $OP = 24\text{ cm}$ の直方体で、水をとおしません。

水そうⅡでは、ブロックと容器はすき間なく密着しており、ブロックの頂点P、Q、Rを含む面が容器の頂点D、E、Fを含む面と密着しています。ブロックの辺QRと容器の辺EFは平行です。このとき、容器の厚さは考えないものとします。

図1

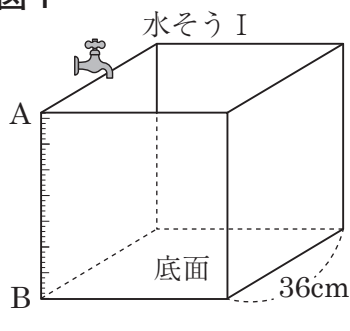
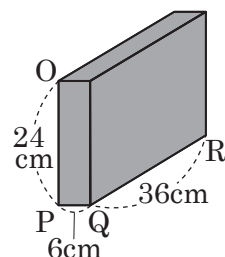


図2



水平に置かれた水そうⅠ、水そうⅡに、次の【手順】にしたがって、水の入っていない状態から満水になるまで水を入れます。このとき、水を入れ始めてからの時間と、底面から水面までの高さ（以下、水位とする）の関係を、水そうⅠ、水そうⅡでそれぞれグラフに表します。水位は、水そうⅠの辺ABと水そうⅡの辺CDにつけた目盛りでそれぞれ測るものとします。

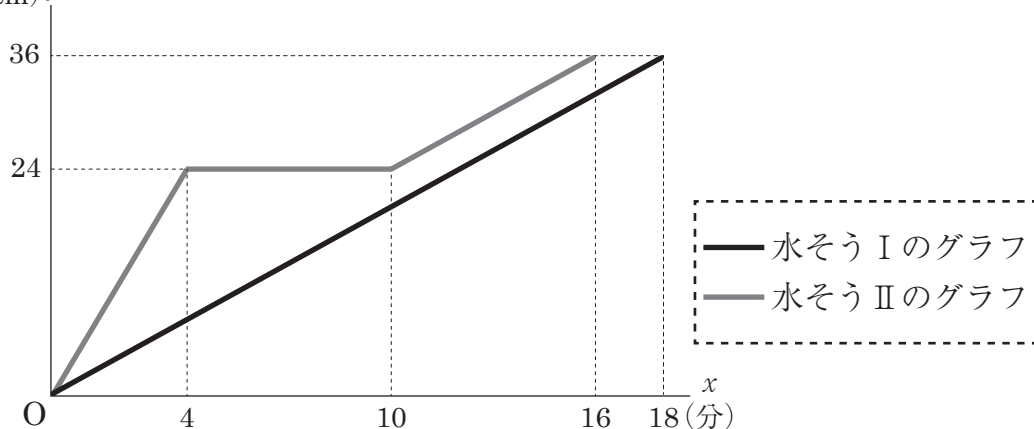
【手順】

1. 水そうⅠに、満水になるまで常に一定の割合で水を入れます。
2. 水そうⅡに、ブロックで分けられた容器の底面のうち、頂点Dを含む底面側から、水そうⅡが満水になるまで水そうⅠと同じ割合で水を入れます。

図3は、水そうⅠ、水そうⅡに水を入れ始めてから x 分後の水位を $y\text{ cm}$ として、それぞれの x と y の関係をグラフに表したものです。

(1)～(4)の問いに答えなさい。ただし、水そうⅡのグラフにおいて、水がブロックの表面を流れる時間は考えないものとします。

図3 (cm) y



- (1) 水そうⅡにおいて、水位が18 cmになるのは、水を入れ始めてから何分後ですか。
正しいものを、次のア～エから1つ選びなさい。

ア 1分後

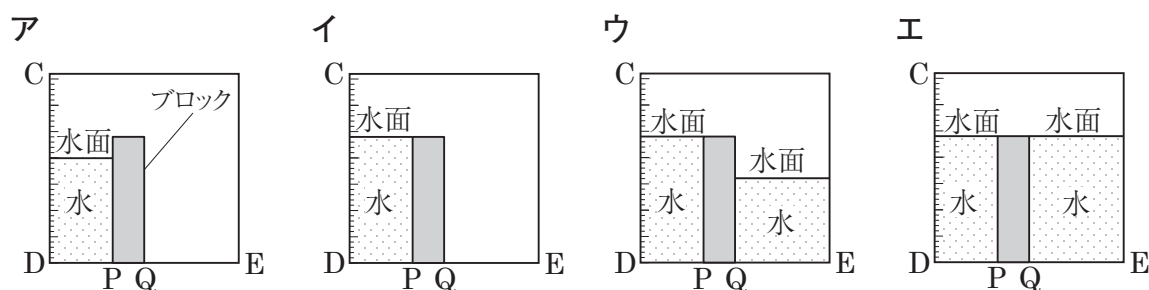
イ 2分後

ウ 3分後

エ 4分後

- (2) 次のア～エは、水そうⅡに水を入れ始めてある時間が経過したときの水そうⅡの様子を水そうⅡの頂点C、D、Eを含む面から見たものとして表した図です。

ア～エの中に、水そうⅡに水を入れ始めてちょうど8分後の水そうⅡの様子を表しているものがあります。それを1つ選びなさい。



- (3) 水そうⅡにおいて、ブロックの頂点P、Qは辺DE上にあります。線分DPと線分QEの長さの比（DP:QE）として正しいものを、次のア～エから1つ選びなさい。

ア 1:2

イ 2:3

ウ 2:1

エ 3:2

- (4) 図3において、 x の変域が $10 \leq x \leq 16$ のとき、水そうⅠの直線の傾きと水そうⅡの直線の傾きが同じになっています。

傾きが同じになる理由を、「 x の変域が $10 \leq x \leq 16$ のとき」に続けて、水そうⅠ、水そうⅡ、水位の3語を用いて説明しなさい。