

令和7年度
京都・大阪マス・インターセクション
大阪会場問題

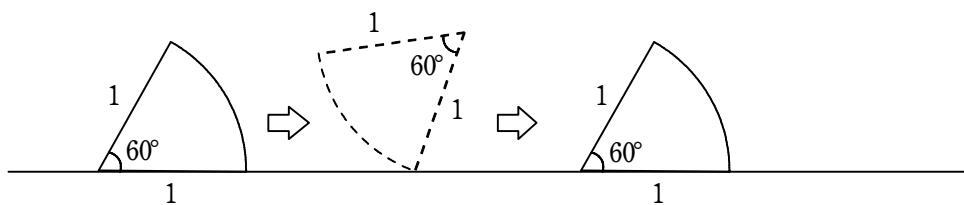
— 注 意 事 項 —

1. 問題は1ページから5ページまであります。
2. 解答用紙は、全部で5枚あります。
3. あなたの受験番号と名前をすべての解答用紙に記入してください。
4. 解答は、問題番号に対応した解答用紙に記入してください。なお、問題番号 $\boxed{1}$ については答えのみを、問題番号 $\boxed{2}$ から $\boxed{5}$ については答えのみでなく、考え方等も記入してください。（問題番号 $\boxed{2}$ から $\boxed{5}$ については、考え方等も採点対象となります。）
5. 解答時間は3時間です。なお、トイレ等に行く場合は監督の指示に従ってください。

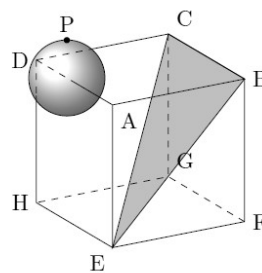
1 次の各問いに答えよ。

- (1) 2つの自然数 a, b ($a \leq b$) があり, ab に1を足すと $a+b$ の2025倍となる。
このような自然数のうち積 ab が最小であるものを求めよ。

- (2) 下の図のように, 中心角 60° , 半径1の扇形を滑ることなく直線上を1回転させる。
このとき, 扇形の通過した部分の面積を求めよ。

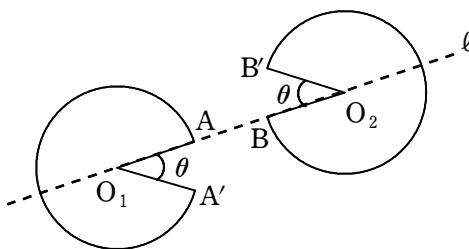


- 2 辺の長さが6の立方体 $ABCD-EFGH$ と半径1の球面 S があり、
 S の中心は辺 AD 上にあるという。点 P が S 上を動くとき、
 三角錐 $P-EBC$ の体積の最小値と最大値を求めよ。



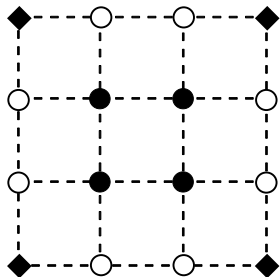
□3 等式 $a^2 + b^3 = c^4$ を満たす素数 a, b と自然数 c は存在しないことを示せ。

- 4 中心角 $360^\circ - \theta$ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$), 半径 1 の 2 つの扇形 O_1AA' , O_2BB' (中心はそれぞれ O_1 , O_2) がある。下図のように O_1 , A , B , O_2 はこの順に同一直線 ℓ 上にあり, A' と B' は ℓ を挟んで反対側にあるとする。扇形 O_1AA' を ℓ に沿った向きに, O_1 と O_2 が近づくように平行移動する。扇形 O_1AA' の弧 $\widehat{AA'}$ と線分 O_2B' (いずれも端点を含む) が初めて共有点をもつときの線分 O_1O_2 の長さを $\sin \theta$, $\cos \theta$ を用いて表せ。



- 5 下の図のように、同じ大きさの9つの正方形からなる図形において、○、●、◆の3種類の頂点が16個ある。○を1個、●を1個、◆を2個結んでできる凹四角形の個数を求めよ。ただし、凹四角形とは内角の大きさが 180° より大きく、 360° 未満であるような頂点を1つもつ四角形のことである。また、回転や反転で一致するものも異なるものとして数える。

(例)のように、辺上に格子点がある凹四角形も考えることにする。



(例)

