

受験番号	
------	--

平成31年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

特別支援学校中学部 数学 解答用紙 (2枚のうち1)

(解答及び解答に至る過程はすべて、解答用紙に記入すること)

4

得点

(1)

直線 l が2点 $A(5, 14)$ と $B(0, 4)$ を通ることより、直線 l の式は、

$$y = 2x + 4 \quad \dots \textcircled{1} \quad \text{となる。}$$

また、点 A は中心の座標が $(5, 14)$ であり、かつ、 y 軸と接することより半径が 5 であるから、方程式は $(x-5)^2 + (y-14)^2 = 5^2 \quad \dots \textcircled{2}$ と表される。

$$\textcircled{1} \cdot \textcircled{2} \text{を連立させて解くと、} \quad x = 5 \pm \sqrt{5}$$

点 E は、円 A と直線 l との交点のうち x 座標の小さい方であるから、 $x = 5 - \sqrt{5}$

$$\text{また、}\textcircled{1}\text{より点 } E \text{ の } y \text{ 座標は、} \quad y = 2(5 - \sqrt{5}) + 4 = 14 - 2\sqrt{5}$$

$$\text{したがって、点 } E \text{ の座標は、} \quad (5 - \sqrt{5}, 14 - 2\sqrt{5})$$

(2)

直線 l と直線 m が垂直に交わり、直線 l の傾きが 2 であることから、

$$\text{直線 } m \text{ の傾きは、} \quad -\frac{1}{2} \quad \text{である。}$$

また、直線 m は点 A を通るので、直線 m の式は

$$y - 14 = -\frac{1}{2}(x - 5) \quad \text{より} \quad y = -\frac{1}{2}x + \frac{33}{2} \quad \text{である。}$$

これより、点 F の y 座標は $\frac{33}{2}$ である。このとき、 $\triangle FDA$ において三平方の定理を用いると、

$$DF = OF - OD = \frac{33}{2} - 14 = \frac{5}{2} \quad \text{より、}$$

$$AF^2 = AD^2 + DF^2 = 5^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$AF > 0 \quad \text{より、} \quad AF = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

特別支援学校中学部 数学 解答用紙 (2枚のうち2)

(解答及び解答に至る過程はすべて、解答用紙に記入すること)

4 (続き)

(3)

$\triangle COB$ と $\triangle ADB$ において、

$\angle COB = \angle ADB = 90^\circ$, $\angle CBO = \angle ABD$ (対頂角) なので、
二組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle COB \sim \triangle ADB \dots \textcircled{1}$

$\triangle ADB$ と $\triangle FAB$ において

$\angle ADB = \angle FAB = 90^\circ$, $\angle ABD = \angle FBA$ (共通) なので、
二組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADB \sim \triangle FAB \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ より、 $\triangle COB$ と $\triangle ADB$ の相似比は、 $BO : BD = 4 : 10 = 2 : 5$

したがって、 $\triangle COB : \triangle ADB = 2^2 : 5^2 = 4 : 25 (=16 : 100) \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{2}$ より、 $\triangle ADB$ と $\triangle FAB$ の相似比は、 $AD : FA = 5 : \frac{5}{2}\sqrt{5} = 2 : \sqrt{5}$

したがって、 $\triangle ADB : \triangle FAB = 2^2 : \sqrt{5}^2 = 4 : 5 (=100 : 125) \dots \textcircled{4}$

$\textcircled{3} \cdot \textcircled{4}$ より $\triangle COB : \triangle ADB : \triangle FAB = 16 : 100 : 125$

(4)

$\triangle IGQ$ と $\triangle IPA$ において

2点 Q , P は、それぞれ円 G , A の接点であり、円の接線は半径と垂直であるので、
 $\angle IQG = \angle IPA = 90^\circ \dots \textcircled{7}$

また、 $\angle GIQ = \angle AIP$ (共通) $\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7} \cdot \textcircled{8}$ より、二組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle IGQ \sim \triangle IAP$ となり、
対応する辺の長さの比は等しいので、 $IG : IA = GQ : AP \dots \textcircled{9}$

また、直線 l に $y = 0$ を代入すると $x = -2$ より、 $C(-2, 0)$ となる。

ここで、直角三角形 OBC は円 G に内接しているため、線分 BC は円 G の直径である。
点 G は直径 BC の中点であるから、

$$BG = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \sqrt{(-2-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{5}$$

したがって、円 G の半径は $\sqrt{5}$ なので、 $GQ = \sqrt{5} \dots \textcircled{10}$

さらに、円 A の半径は 5 より、 $AP = 5 \dots \textcircled{11}$

$\textcircled{9} \cdot \textcircled{10} \cdot \textcircled{11}$ より、 $IG : IA = \sqrt{5} : 5$