

# 高等学校 数学

## マーク式解答用紙 受験番号記入例 ※1

### 解答についての注意点

受験番号									
1	9	8	3	7	5				
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
●	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	2	0	2	0	2	0	0	0	0
0	0	0	●	0	0	0	0	0	0
0	4	0	4	0	4	0	0	0	0
0	5	0	5	0	●	0	0	0	0
0	6	0	6	0	6	0	0	0	0
0	7	0	7	●	7	0	0	0	0
0	8	●	8	0	8	0	0	0	0
0	●	9	0	9	0	0	0	0	0

- 1 解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の2種類があります。
- 2 大問①～大問③については、マーク式解答用紙に、  
大問④については、記述式解答用紙に記入してください。
- 3 解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1

記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

- 4 大問①～大問③については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

## 記述式解答用紙 受験番号記入例 ※2

受験番号	1 9 8 3 7 5
------	-------------

### マーク式解答用紙への解答上の注意

- (1) 解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違えてマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。
- (2) 問題の文中の **ア**, **イウ** などには、特に指示のないかぎり、符号 (－, ±), 数字 (0～9), 又は文字 (a～e) が入ります。**ア**, **イ**, **ウ**, …のの一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙の**ア**, **イ**, **ウ**, …で示された解答欄にマークしてください。

例 **アイウ** に  $-7a$  と答えたいとき

ア	●	⊕	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	e
イ	⊖	⊕	⊖	0	1	2	3	4	5	6	●	8	9	a	b	c	d	e
ウ	⊖	⊕	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	●	c	d	e	

なお、同一の問題文中に **ア**, **イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**, **イウ** のように細字で表記します。

- (3) 分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。  
例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$  として答えてください。  
また、それ以上約分できない形で答えてください。  
例えば、 $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2a+1}{3}$  と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{4a+2}{6}$  のように答えてはいけません。
- (4) 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また、必要に応じて、指定された桁まで **0** にマークをしてください。  
例えば、**キ**. **クケ** に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。
- (5) 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。  
例えば、 $4\sqrt{2}$ ,  $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ,  $6\sqrt{2a}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ ,  $\frac{\sqrt{52}}{4}$ ,  $3\sqrt{8a}$  のように答えてはいけません。
- (6) 比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。  
例えば、1:3 と答えるところを、2:6 のように答えてはいけません。

- 5 その他、係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

1

$x$  についての3次関数  $f(x) = x^3 + x^2 - x + 2$  について考える。

(1) 関数  $f(x)$  は  $x = \boxed{\text{アイ}}$  のとき、極大値  $\boxed{\text{ウ}}$  をとり、 $x = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$  のとき、

極小値  $\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$  をとる。また、関数  $f(x)$  の変曲点の  $x$  座標は  $\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$  である。

(2)  $y = f(x)$  の  $x = 1$  における接線  $l$  の方程式は  $y = \boxed{\text{ス}}x - \boxed{\text{セ}}$

であり、 $y = f(x)$  は  $x = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$  において、接線  $l$  と平行なもう一つの接線  $m$  をもつ。

また、接線  $l$  と  $y = f(x)$  の共有点の  $x$  座標は  $\boxed{\text{ツテ}}$  と  $\boxed{\text{ト}}$  であり、( $\boxed{\text{ツテ}} < \boxed{\text{ト}}$  とする。)

接線  $l$  と  $y = f(x)$  で囲まれた部分の面積  $S_1$  は  $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$  である。

さらに、 $y = 3$  と  $y = f(x)$  で囲まれた部分の面積を  $S_2$  とおくと

$S_1 : S_2 = \boxed{\text{ネノ}} : \boxed{\text{ハ}}$  である。

2

(1)  $x$  についての整式  $x^2 - 12x - 864$  を因数分解すると、 $(x + \text{アイ})(x - \text{ウエ})$  である。

(2)  $\tan \theta = 2$  のとき、 $\left( \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right)^2 = \text{オカ}$  である。

(3) 1 から 100 までの 100 個の整数の中から相異なる 3 個の整数  $a, b, c$  を選ぶとき、 $a + 2b + c$  が偶数となる確率は  $\frac{\text{キク}}{\text{ケコ}}$  である。ただし、どの整数を選ぶことも同様に確からしいものとする。

(4) 二進法で表すと 5 桁になり、五進法で表すと 2 桁になる自然数は全部で  $\text{サ}$  個ある。

また、それらの自然数を十進法で表したとき、それらの総和は  $\text{シスセ}$  となる。

(5) 整式  $P(x)$  を  $x-3$  で割ると余りが  $-100$ ,  $x+5$  で割ると余りが  $36$  である。このとき, 整式  $P(x)$  を  $x^2 + 2x - 15$  で割った余りは  $\boxed{\text{ソタチ}}x - \boxed{\text{ツテ}}$  である。

(6) 2つの直線  $y = 3x + 1$  と  $y = -\frac{1}{3}x + 2$  のなす角の二等分線のうち, 傾きが正である直線の方程式は  $y = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}x + \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$  である。

(7)  $b > 0$  かつ  $a < b < c$  を満たす3つの実数  $a, b, c$  に対して, 数列  $a, b, c$  がこの順で等差数列をなし, 数列  $a^2, b^2, c^2$  がこの順で等比数列をなすとき, 等比数列  $a^2, b^2, c^2$  の公比は  $\boxed{\text{ネ}} + \boxed{\text{ノ}}\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$  である。

(8) 平面図形に関する下の3つの文章について, 次の  $\boxed{\text{ヒ}}$ ,  $\boxed{\text{フ}}$ ,  $\boxed{\text{ヘ}}$  にあてはまるものを下の1~4のうちから一つずつ選べ。

ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

- ・  $\triangle ABC$  が正三角形であることは  $\triangle ABC$  の内心と重心が一致するための  $\boxed{\text{ヒ}}$ 。
- ・ 四角形  $ABCD$  について, 四角形  $ABCD$  が正方形であることは  $AB = BC = CD = DA$  であるための  $\boxed{\text{フ}}$ 。
- ・  $n$  角形  $P$  について,  $P$  のすべての内角それぞれが  $180^\circ$  未満であることは  $n = 4$  であるための  $\boxed{\text{ヘ}}$ 。

- 1 必要条件であるが十分条件ではない
- 2 十分条件であるが必要条件ではない
- 3 必要十分条件である
- 4 必要条件でも十分条件でもない

3

(1)  $\sin 18^\circ$  の値を求めよ。

$\theta = 18^\circ$  とおくと,  $\boxed{\text{ア}}\theta = 90^\circ$  となることから,  $\sin 3\theta = \cos \boxed{\text{イ}}\theta$  となる。

ここで,  $\sin 3\theta = \boxed{\text{ウエ}}\sin^3\theta + \boxed{\text{オ}}\sin\theta$ ,  $\cos \boxed{\text{イ}}\theta = \boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}}\sin^2\theta$

であり,  $\sin\theta = t$  とおくと,  $\boxed{\text{ク}}t^3 - \boxed{\text{ケ}}t^2 - \boxed{\text{コ}}t + 1 = 0$

$\theta = 18^\circ$  から  $0 < t < 1$  より,  $\sin\theta = \frac{\boxed{\text{サシ}} + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$  と求まる。

(2)  $i$  を虚数単位とする。

$$z = \cos \frac{2}{5} \pi + i \sin \frac{2}{5} \pi \text{ のとき,}$$

$z + z^2 + z^3 + z^4$  の値は  であり,

$(2-z)(2-z^2)(2-z^3)(2-z^4)$  の値は  であり,

$(z^4 + z^3 + z^2 - 1)(z^4 + z^3 + z - 1)(z^4 + z^2 + z - 1)(z^3 + z^2 + z - 1)$  の値は

である。

$p$  を素数とし, 自然数  $a$  は  $p$  と互いに素であるとき, 次の問いに答えよ。

(1)  $a, 2a, 3a, \dots, (p-1)a$  を  $p$  で割ったときの余りはそれぞれ異なることを示せ。

(2)  $a^{p-1}-1$  は  $p$  の倍数であることを証明せよ。

(3)  $2018^{1800}$  を  $181$  で割ったときの余りを求めよ。

