

受験番号	
------	--

平成31年度大阪府・大阪市公立学校教員採用選考テスト

高等学校 数学 解答用紙 (2枚のうち1)

(解答及び解答に至る過程はすべて、解答用紙に記入すること)

4

得点	
----	--

(1)

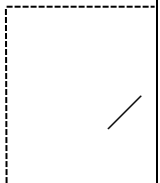
$1 \leq s \leq p-1$ かつ $1 \leq t \leq p-1$ かつ $s \neq t$ を満たす整数 s, t が存在し、
 sa と ta をそれぞれ p で割った余りが等しいと仮定する。

このとき $sa - ta$ は p で割り切れるので、ある整数 u が存在し、
 $sa - ta = pu$ すなわち $(s - t)a = pu$ が成り立つ。

ここで、 a と p は互いに素より、 $s - t$ は p の倍数となる。
また、 $1 \leq s \leq p-1$ かつ $1 \leq t \leq p-1$ より $-p < s - t < p$
よって $s - t = 0$ 、すなわち $s = t$

これは $s \neq t$ に矛盾する。

よって背理法により題意は示された。



高等学校 数学 解答用紙 (2枚のうち2)

(解答及び解答に至る過程はすべて、解答用紙に記入すること)

4 (続き)

(2)

以下、 p を法として合同式を考える。

$$1 \times a \equiv b_1, 2 \times a \equiv b_2, 3 \times a \equiv b_3, \dots, (p-1) \times a \equiv b_{p-1}$$

を満たす整数 b_k ($1 \leq k \leq p-1$) が存在し、 a と p は互いに素より $1 \leq b_k \leq p-1$

また (1) より $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{p-1}$ はそれぞれ異なる数である。……①

上の式を辺々掛け合わせて、

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (p-1) \times a^{p-1} \equiv b_1 \times b_2 \times b_3 \times \dots \times b_{p-1}$$

すなわち

$$(p-1)! a^{p-1} \equiv (p-1)! \quad (\text{①より})$$

また、 p は素数より p と $(p-1)!$ は互いに素

$$\text{よって、} a^{p-1} \equiv 1$$

すなわち $a^{p-1} - 1$ は p で割り切れる。

(3)

181は素数である。

$2018 = 2 \times 1009$ より 2018 と 181 は互いに素である。

(2) より 181 を法として

$$2018^{181} \equiv 1 \quad \text{すなわち} \quad 2018^{180} \equiv 1$$

よって

$$2018^{1800} \equiv 1$$

すなわち、 2018^{1800} を 181 で割った余りは 1 である。

