受験番号	

平成31年度大阪府・大阪市公立学校教員採用選考テスト

高等学校　数学　解答用紙　（２枚のうち１）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

4

得点	

（１）

$1 \leqq s \leqq p-1$ かつ $1 \leqq t \leqq p-1$ かつ $s \neq t$ を満たす整数 s,t が存在し，
sa と ta をそれぞれ p で割った余りが等しいと仮定する。

このとき $sa-ta$ は p で割り切れるので，ある整数 u が存在し，
$sa-ta=pu$ すなわち $(s-t)a=pu$ が成り立つ。

ここで，a と p は互いに素より，$s-t$ は p の倍数となる。
また，$1 \leqq s \leqq p-1$ かつ $1 \leqq t \leqq p-1$ より $-p<s-t<p$
よって $s-t=0$，すなわち $s=t$

これは $s \neq t$ に矛盾する。

よって背理法により題意は示された。

受験番号	

平成31年度大阪府・大阪市公立学校教員採用選考テスト

高等学校　数学　解答用紙　（２枚のうち２）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

$\boxed{4}$　（続き）

（２）

以下，p を法として合同式を考える。

$1\times a\equiv b_1$，$2\times a\equiv b_2$，$3\times a\equiv b_3$，・・・，$(p-1)\times a\equiv b_{p-1}$

を満たす整数 b_k $(1\leqq k\leqq p-1)$ が存在し，a と p は互いに素より $1\leqq b_k\leqq p-1$

また（１）より b_1,b_2,b_3 ・・・ $,b_{p-1}$ はそれぞれ異なる数である。・・・・・・①

上の式を辺々掛け合わせて，

$1\times2\times3\times\cdots\times(p-1)\times a^{p-1}\equiv b_1\times b_2\times b_3\times\cdots\times b_{p-1}$

すなわち

$(p-1)!\ a^{p-1}\equiv(p-1)!$　（ ①より）

また，p は素数より p と $(p-1)!$ は互いに素

よって，$a^{p-1}\equiv1$

すなわち $a^{p-1}-1$ は p で割り切れる。

（３）

181は素数である。

$2018=2\times1009$ より 2018 と 181 は互いに素である。

（２）より181を法として

$2018^{181-1}\equiv1$　すなわち $2018^{180}\equiv1$

よって

$2018^{1800}\equiv1$

すなわち，2018^{1800} を 181 で割った余りは1 である。