令和 4 年度中学生チャレンジテスト

第 2 学年

数 学

注　意

1　テスト問題は，1 ページから 18 ページまであります。先生の合図があるまで，問題冊子を開かないでください。

2　解答はすべて解答用紙④（数学）に記入してください。

3　解答は，ＨＢまたはＢの黒鉛筆（えんぴつ）（シャープペンシルも可）を使い，**濃く，はっきり**と書いてください。また，消すときは消しゴムできれいに消してください。

4　解答を選択肢（せんたくし）から選ぶ問題は，解答用紙のマーク欄（らん）を黒く塗（ぬ）りつぶしてください。

5　解答を記述する問題は，指示された解答欄に記入してください。
また，解答欄から**はみ出さないよう**に書いてください。

6　解答用紙は，オモテ，ウラがあります。

7　解答用紙の〔生徒記入欄〕に，組，出席番号を記入し，マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

8　テスト実施（じっし）時間は，45 分です。

問題は，次のページから始まります。

1 次の問いに答えなさい。

(1)　$(4x + 2y) - (3x - 2y)$ を計算しなさい。

(2)　$a = -3$，$b = 2$ のとき，次の式の値（あたい）として正しいものを，あとの**ア**～**エ**から1つ選びなさい。

$$-6ab^2 \div (-3b) \times 2a$$

ア　-72

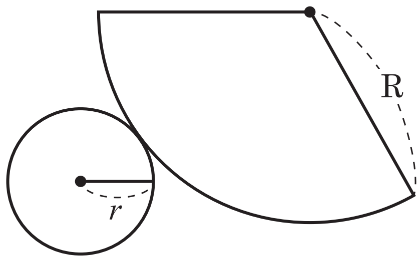
イ　-2

ウ　2

エ　72

(3)　**図**は，底面の半径 r，母線の長さ R の円すいの展開図です。

図



この円すいの側面積 S は次のように表されます。

$$S = \pi R r$$

底面の半径を求めるために，この式を r について解きなさい。

2 次の問いに答えなさい。

(1)　a は定数です。x，y の連立方程式 $\begin{cases} ax + y = 6 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$ の解の y の値（あたい）が -2 であるとき，a の値を求めなさい。

(2)　連立方程式 $\begin{cases} x = 2y - 1 \\ 3x + 4y = 17 \end{cases}$ を解きなさい。

(3)　次の**問題**について考えます。

問題

正方形を９つの正方形に分割し，分割してできた正方形（以下，「正方形」とする）それぞれに整数を入れ，縦，横，斜めに並ぶ８通りの３つの整数の和がすべて等しくなる場合を考えます。

表１は，９つの「正方形」のうちの５つの「正方形」に整数 -8，2，6，x，y を入れたものです。

このとき，整数 x，y を求めるための連立方程式をつくりなさい。ただし，つくった連立方程式を解く必要はありません。

表１

		x
6		y
-8	2	

整数 x，y を求めるための連立方程式をつくります。

$$\begin{cases} x+y=-6 & \cdots\cdots① \\ \boxed{}=14 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

（ⅰ），（ⅱ）の問いに答えなさい。

（ⅰ）　**表１**の５つの整数からでは，縦，横，斜めに並ぶ３つの整数の和は，どれも求めることができません。そこで，**表２**のように，**表１**の右下の「正方形」に整数ａを入れて縦と横に並ぶ２通りの３つの整数の和を求めることができるようにします。

表２

		x
6		y
-8	2	a

①の式は，その和が等しいことに着目したあの方程式からつくりました。

（縦）　　　　（横）

$$x+y+\text{a}=(-8)+2+\text{a} \quad \cdots\cdots あ$$
$$x+y=-8+2 \quad \cdots\cdots い$$
$$x+y=-6$$

あの式から整数ａを消去したいの式へ変形してよい理由として正しいものを，次の**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

ア　あの式の両辺にａをたしても等式は成り立つから。

イ　あの式の両辺からａをひいても等式は成り立つから。

ウ　あの式の両辺にａをかけても等式は成り立つから。

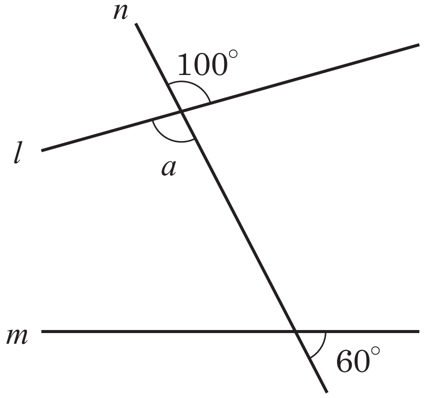
エ　あの式の両辺をａでわっても等式は成り立つから。

（ⅱ）　②の式も，**表２**の「正方形」の１つに整数ｂを入れ，（ⅰ）と同様にしてつくることができます。②の式の $\boxed{}$ に当てはまる式を求めなさい。

3 次の問いに答えなさい。

(1) **図１**のように，２つの直線 l，m に１つの直線 n が交わっています。このとき，$\angle a$ の錯角（さっかく）の大きさをあとの**ア〜エ**から１つ選びなさい。

図１



ア 60°

イ 80°

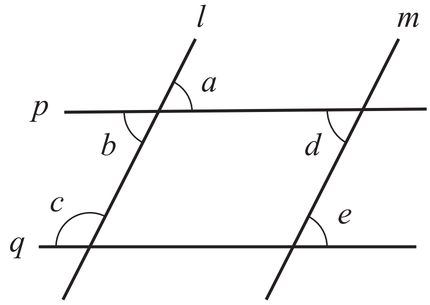
ウ 100°

エ 120°

(2) **図２**のように，２つの直線 l，m に２つの直線 p，q が交わっています。

図２で，直線 p と直線 q が平行ではないとき，$\angle a$，$\angle b$，$\angle c$，$\angle d$，$\angle e$ のうち，どの角とどの角が等しいならば，直線 l と直線 m が平行であるといえますか。当てはまるものを，あとの**ア〜オ**から**すべて**選びなさい。

図２



ア $\angle a$ と $\angle c$

イ $\angle a$ と $\angle d$

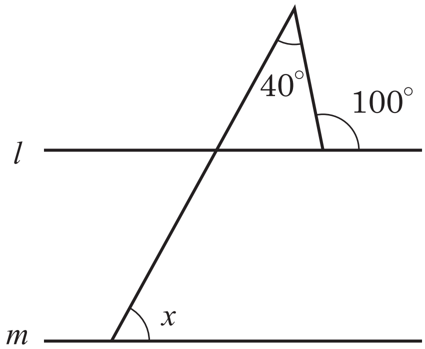
ウ $\angle a$ と $\angle e$

エ $\angle b$ と $\angle d$

オ $\angle d$ と $\angle e$

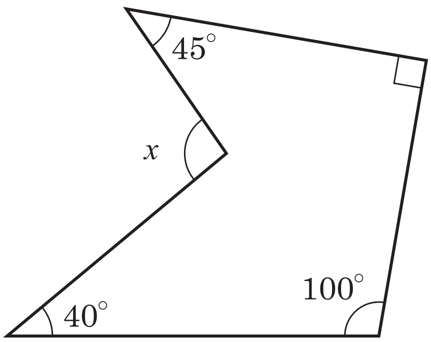
(3)　**図３**で，直線 l，m は平行です。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図３



(4)　**図４**で，$\angle x$ の大きさとして正しいものを，あとの**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

図４



ア　50°

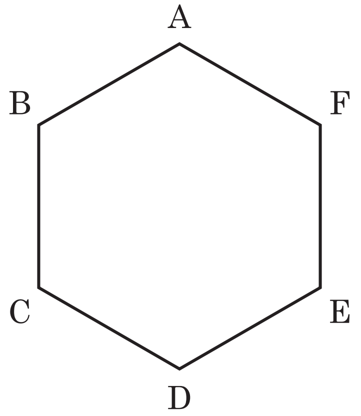
イ　85°

ウ　95°

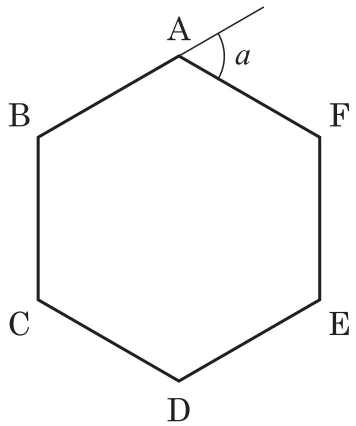
エ　130°

(5)　あとの**ア**～**エ**のうち，∠ a が，**図５**の正六角形 ABCDEF の頂点 A における外角を示しているものはどれですか。正しいものを１つ選び，その大きさを求めなさい。

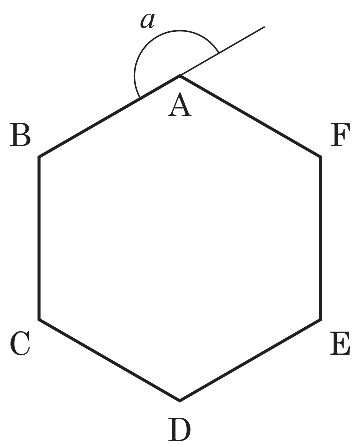
図５



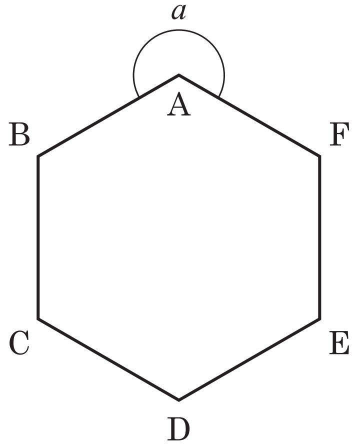
ア



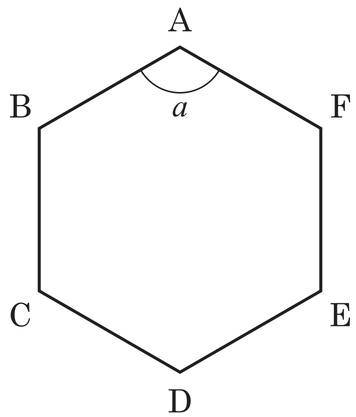
イ



ウ

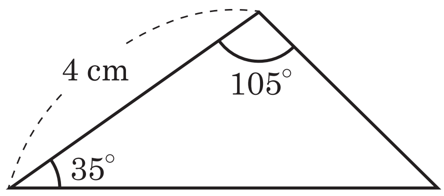


エ

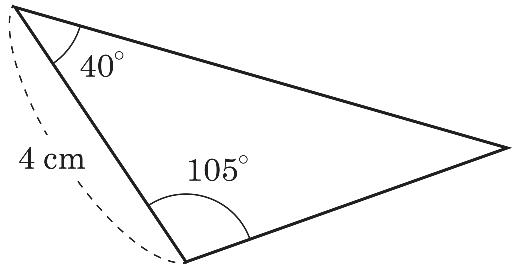


(6)　**図６**の三角形と合同な三角形を，あとの**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

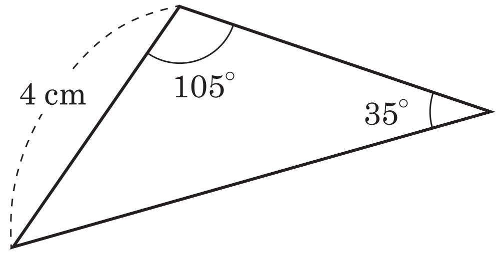
図６



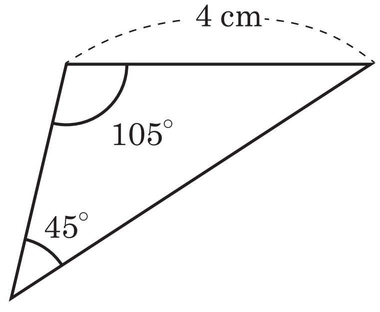
ア



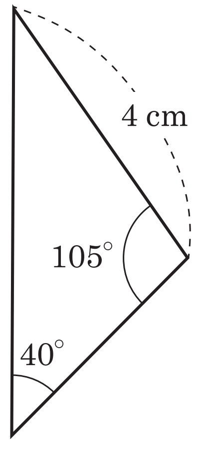
イ



ウ



エ



4 次の問いに答えなさい。

(1) 一次関数 $y = 3x + 4$ について，x の値(あたい)が 1 から 4 まで増加したときの変化の割合として正しいものを，次の**ア**～**オ**から 1 つ選びなさい。

ア 3

イ 7

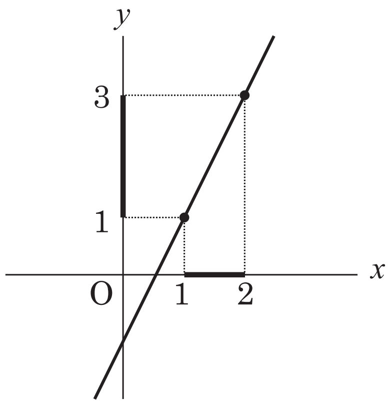
ウ 9

エ 13

オ 16

(2) **図 1** の直線は一次関数のグラフで，x の変域が $1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $1 \leqq y \leqq 3$ です。この一次関数の式として正しいものを，あとの**ア**～**オ**から 1 つ選びなさい。

図 1



ア $y = \frac{1}{2}x - 1$

イ $y = x - 1$

ウ $y = \frac{3}{2}x - 1$

エ $y = 2x - 1$

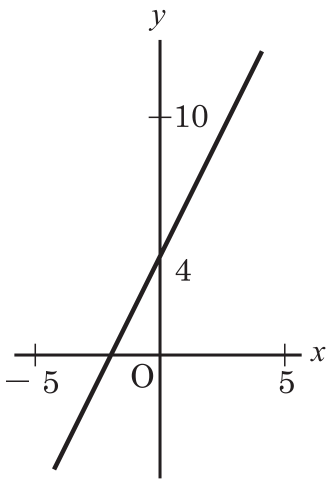
オ $y = 3x - 1$

(3)　**表**は，ある一次関数について，x の値とそれに対応する y の値を表しています。あとの**ア**〜**エ**の中に，**表**の x と y の関係を表すグラフがあります。それを１つ選びなさい。

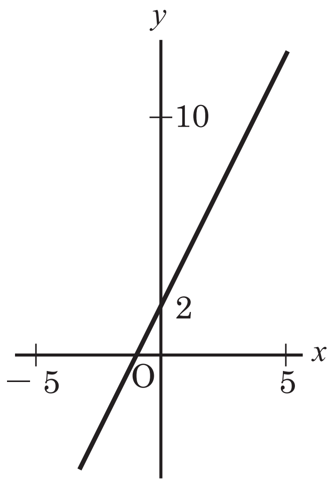
表

x	…	-4	-2	0	2	4	…
y	…	12	8	4	0	-4	…

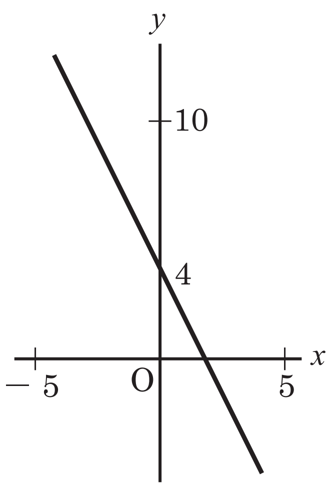
ア



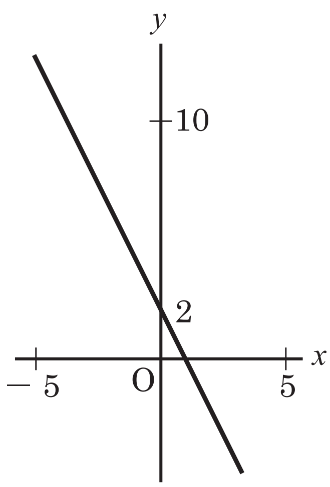
イ



ウ



エ

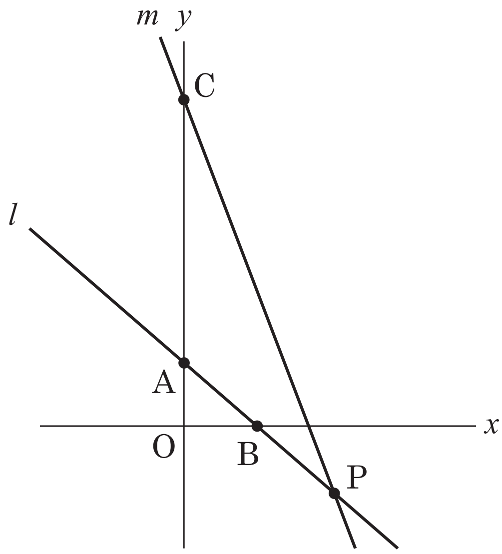


(4)　**図２**で，直線 l は二元一次方程式 $x+y=1$ のグラフ，直線 m は二元一次方程式 $3x+y=5$ のグラフです。

直線 l は，y 軸と点 A で，x 軸と点 B で交わっています。直線 m は，y 軸と点 C で交わっています。直線 l と直線 m は，点 P で交わっています。

このとき，△ PAC の面積と△ BOA の面積の比を求めなさい。

図２

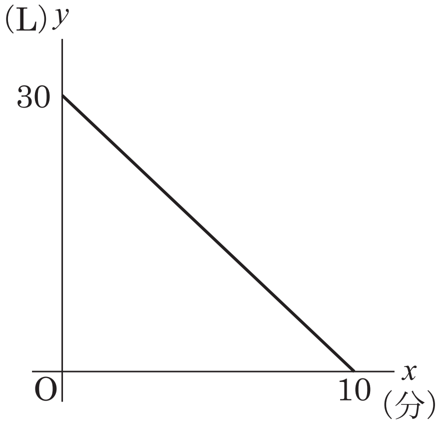


(5)　水が 30 L 入った水そうがあります。この水そうが空（から）になるまで水そうから一定の割合で水を抜きます。水を抜き始めてから 10 分後に水そうは空になりました。

図３は，水を抜き始めてから x 分後の水そうの水の量を y L として，水を抜き始めてから水そうが空になるまでの x と y の関係をグラフに表したものです。

①，②の問いに答えなさい。

図３



①　水そうから水を抜き始めてから 18 L 抜くのにかかった時間を，次の**ア**～**オ**から１つ選びなさい。

ア　２分

イ　４分

ウ　６分

エ　８分

オ　10 分

②　y を x の式で表しなさい。

5 あおさんは，自然数において，３でわると１余る数（1，4，7，10,…）と３でわると２余る数（2，5，8，11,…）の和がどんな数になるかを調べています。

３でわると１余る数		３でわると２余る数		
13	と	14	のとき	$13+14=27=3\times 9$
16	と	29	のとき	$16+29=45=3\times 15$
19	と	80	のとき	$19+80=99=3\times 33$

あおさんは，これらの結果から，次のように予想しました。

予想

自然数において，
３でわると１余る数と３でわると２余る数の和は，３の倍数になる。

(1)～(3)の問いに答えなさい。

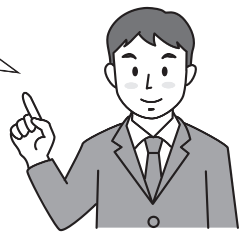
(1)　３でわると１余る数と３でわると２余る数がそれぞれ 16 と 23 のとき，**予想**が成り立つかどうかを次のように確かめます。次の $\boxed{}$ に当てはまる式を書きなさい。

16　と　23　のとき　$16+23=39=\boxed{}$

(2)　あおさんは，**予想**がいつでも成り立つことを説明するため，次のように考えました。

自然数において，３でわると１余る数は，３の倍数より２小さい数になる。

３の倍数	3	6	9	12	15	…
３でわると１余る数	1	4	7	10	13	…



よって，３でわると１余る数は，m を自然数とすると，$3m-2$ と表すことができる。

同じように，３でわると２余る数は，３の倍数より１小さい数になるから，n を自然数とすると，$3n-1$ と表すことができる。

あおさんは，**予想**がいつでも成り立つことを次のように説明しました。次の**説明**の $\boxed{}$ の中の ①〔　　　〕～③〔　　　〕をすべてうめて，**説明**を完成しなさい。

説明

> 自然数において，３でわると１余る数と３でわると２余る数は，それぞれ，m，n を自然数とすると，$3m-2$，$3n-1$ と表すことができる。
>
> よって，その和は，
>
> $(3m-2)+(3n-1)$ ①〔＝　　　　　　〕
>
> ②〔　　　　　〕は整数だから，③〔　　　　　〕は３の倍数である。
>
> したがって，
>
> ３でわると１余る数と３でわると２余る数の和は，３の倍数になる。

(3)　あおさんは，３でわると１余る数と３でわると２余る数を，**５でわると１余る数と５でわると４余る数**に変えた場合，その和がどんな数になるかを調べました。

11	と	29	のとき	$11+29=40$
16	と	34	のとき	$16+34=50$
21	と	44	のとき	$21+44=65$

これらの結果から，自然数において，**５でわると１余る数と５でわると４余る数の和**は，どんな数になると予想できますか。**予想**のように「自然数において，～は,…… になる。」という形で書きなさい。

6 きみさんは，次の**問題**を考えています。

問題

図１のような∠XOYがあります。**図２**は，次の**手順**◇1〜◇4に従って，∠XOYの辺OXと辺OY上に点A，B，C，Dをとり，線分ADと線分BCを作図したものです。このとき，AD＝BCであることを証明しなさい。

手順

◇1 ∠XOYの頂点Oを中心に適当な半径の円をかき，辺OX，OYとの交点をそれぞれ点A，点Bとする。
◇2 点Aを中心にして，線分OAの長さより小さい半径の円をかき，線分OAとの交点を点Cとする。
◇3 点Bを中心にして，◇2の線分ACの長さと等しい半径の円をかき，線分OBとの交点を点Dとする。
◇4 点Aと点D，点Bと点Cをそれぞれ直線で結ぶ。

図１

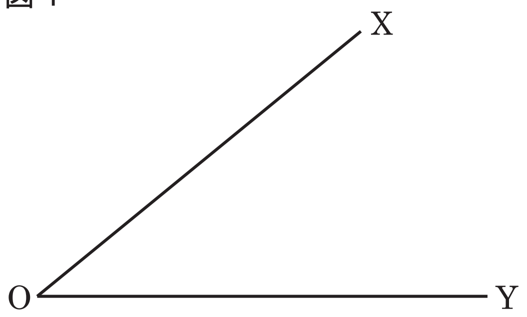
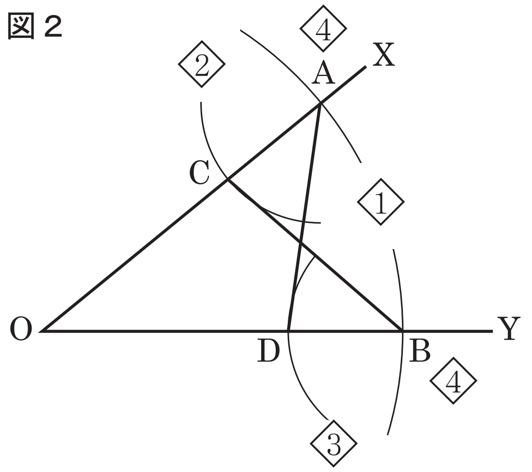


図２



きみさんは，△AODと△BOCが合同であることをもとにして，次のように AD = BC であることを証明しました。

証明

△AODと△BOCにおいて		
手順◇1より，	OA = OB	……①
手順◇2，◇3より，	$\boxed{\text{a}}$	……②
また，	OD = $\boxed{\text{b}}$ − $\boxed{\text{c}}$	……③
	OC = $\boxed{\text{d}}$ − $\boxed{\text{e}}$	……④
①，②，③，④より，	OD = OC	……⑤
共通な角だから，	∠AOD = ∠BOC	……⑥
①，⑤，⑥より，		
	$\boxed{\text{f}}$ から	
	△AOD ≡ △BOC	
合同な図形では，$\boxed{\text{g}}$ から		
	AD = BC	

(1)～(4)の問いに答えて**証明**を完成しなさい。

(1) $\boxed{\text{a}}$ に当てはまる式を書きなさい。

(2) $\boxed{\text{b}}$ ～ $\boxed{\text{e}}$ に当てはまる線分をそれぞれ書きなさい。

(3) $\boxed{\text{f}}$ に当てはまる三角形の合同条件を，次の**ア**～**ウ**から１つ選びなさい。

ア　３組の辺がそれぞれ等しい

イ　２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　１組の辺とその両端(りょうたん)の角がそれぞれ等しい

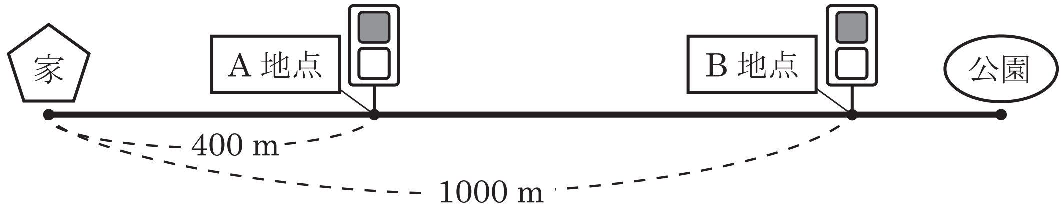
(4) $\boxed{\text{g}}$ に当てはまる言葉を書きなさい。

7 あきさんの家と公園は一直線の道路沿いにあり，家と公園との距離は 1200 m です。

図１のように，家から公園までの道の途中には，家から 400 m 離れた A 地点と 1000 m 離れた B 地点に，それぞれ信号機が設置されています。

A，B 両地点の信号機は午前 7 時ちょうどに両方同時に青色から赤色に変わります。その後，連動して一定の間隔で赤色と青色を繰り返すので，A，B 両地点の信号機は常に同じ色を示しています。ただし，点滅した状態はないものとします。

図１



あきさんは，次の**設定**で走る場合について，家を出発してから公園に到着するまでにかかる時間を，グラフに表して調べました。

設定

■　午前 7 時ちょうどに家を出発し，午前 7 時 10 分までに公園に到着する。
■　常に一定の速度で家から公園まで止まらずに走り続ける。ただし，A，B 両地点では，信号の色が赤色のときは止まり，青色に変わるとすぐに走り出す。

あきさんは，はじめに，家を出発してから x 分後におけるあきさんと家との距離を y m として，家を出発してから A 地点に到着するまでの x と y の関係を表すグラフ①を，**図２**のようにかきました。

あきさんは，次に，A，B 両地点に到着したときの信号の色がわかるように，出発する午前 7 時ちょうどから午前 7 時 10 分までの両地点の信号の色が赤色の時間を，**図２**のように家から 400 m と 1000 m の地点に「●━○」（●は信号の色が赤色，○は信号の色が青色）で記入しました。

図２

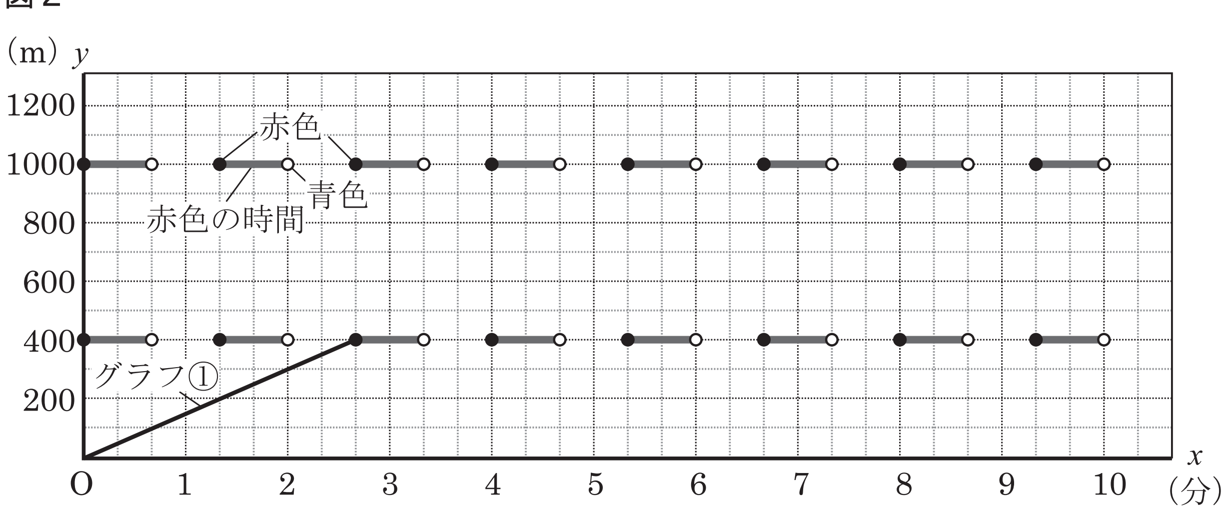


図２から，家を出発してからＡ地点に到着するのに２分 40 秒かかることがわかりました。また，Ａ地点には，信号の色が青色から赤色にちょうど変わったときに到着するので，Ａ地点を出発するのは到着してから 40 秒後であることもわかりました。

(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　**図２**から，走る速度を毎分何 m としていることがわかりますか。求めなさい。

(2)　あきさんは，Ａ地点を出発してから公園に到着するまでの x と y の関係を表すグラフ②を，次のように**図２**にかき加えました。

Ａ地点を出発する点 $\left(\dfrac{10}{3},\ 400\right)$ からグラフ①と平行な直線を y 座標が 1200 の点までかき，その直線をグラフ②とする。

(ⅰ)～(ⅲ)の問いに答えなさい。

(ⅰ)　グラフ②をグラフ①と平行にかく理由を説明しなさい。

(ⅱ)　Ｂ地点を止まらずに走って通過できることを表すグラフ②上の点の座標を書きなさい。

(ⅲ)　Ａ地点を出発してから公園に到着するのにかかる時間は何分何秒ですか，求めなさい。