

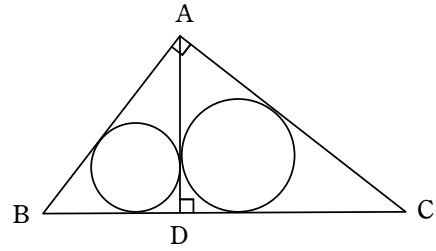
京都・大阪数学コンテスト 2014

注 意 事 項

- 1 問題は、1 ページから 6 ページにあります。
- 2 解答用紙は、全部で 5 枚あります。
- 3 コンテスト番号と氏名をすべての解答用紙に記入してください。
- 4 解答は、問題番号に対応した解答用紙に記入してください。なお、問題番号 **①** については答えのみを、問題番号 **②** ~ **⑤** については答えのみでなく考え方等も記入してください。
- 5 解答時間は 3 時間です。なお、トイレ等に行く場合は監督の指示に従ってください。

1 次の各問いに答えなさい。

- (1) 右の図のように、直角三角形 ABC の頂点 A から辺 BC に垂線を下ろし、その垂線と辺 BC との交点を D とする。 $\triangle ABD$ の内接円の半径が 3 、 $\triangle ACD$ の内接円の半径が 4 となるとき、辺 BC の長さを求めなさい。



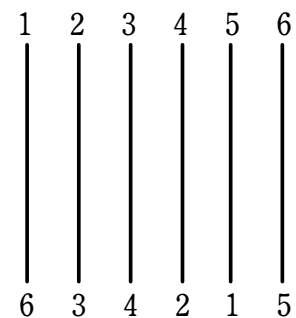
- (2) $0 < a \leq 20$, $0 < b \leq 20$, $0 < c \leq 20$, $a + b + c = 30$ を満たす正の整数の組 (a, b, c) の個数を求めなさい。

- (3) 正の整数 n に対して、 1 から n までのすべての正の整数の積を $n!$ で表す。 $19!$ を、割り切れなくなるまで 10 で割り続けて得られる正の整数の、下 2 桁の数を求めなさい。

- (4) 右の図のように平面上に 6 本の平行な縦線があり、上の数字から下の数字まで、以下のルールに従って線をたどる。

このとき、どの数字から出発しても下に書かれた同じ数字にたどり着くように、隣り合う 2 本の縦線を結ぶ横線をちょうど 10 本かきなさい。

ただし、横線は縦線に垂直であるとし、横線同士は直接つながらないこととする。



【ルール】

- 縦線は、常に上から下へたどる。
- 横線に出会ったら、横線上をたどり隣の縦線へ移る。

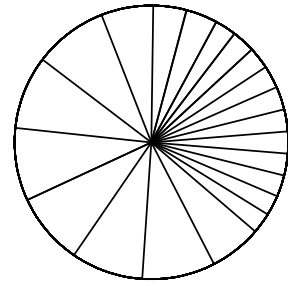
【 余 白 】

【裏へ続く】

- 2 右の図のように、円をいくつかのおうぎ形に分けることを考える。

Aさんは、中心角 2° のおうぎ形 x 個と中心角 5° のおうぎ形 y 個に分け、Bさんは、中心角 5° のおうぎ形 y 個と中心角 11° のおうぎ形 z 個に分けた。

このとき、考えられる正の整数の組 (x, y, z) をすべて求めなさい。



- 3 図1の展開図を組み立てると、図2の立体ができた。この立体の体積を求めなさい。
ただし、すべての面は1辺の長さが1の正方形か正三角形のどちらかであるとする。

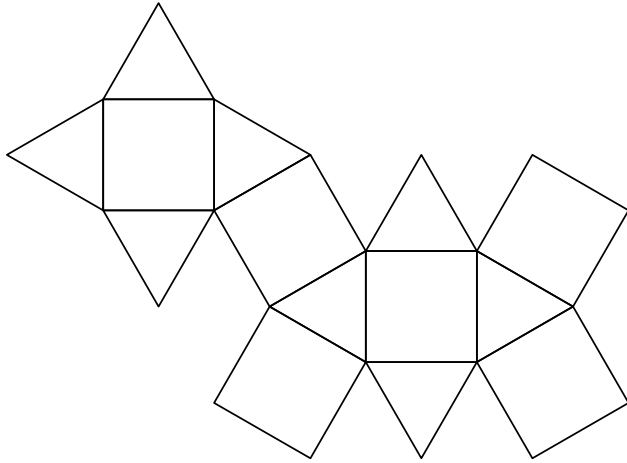


図1

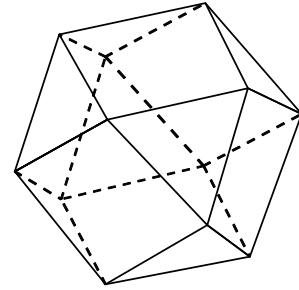
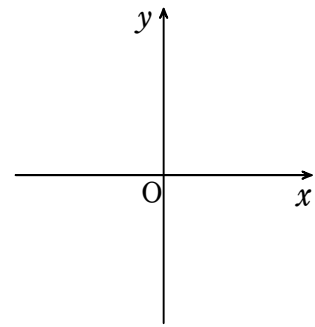


図2

【裏へ続く】

- 4 円周上に等間隔に、赤玉 3 個、青玉 3 個、黄玉 3 個をすべて並べる方法は全部で何通りあるか求めなさい。ただし、同じ色の玉は区別しないものとし、円周を回転させることによって一致する並べ方は同じものとして数えることとする。

- 5 右の図のような座標平面上のすべての点に赤または青の色をつける。このとき、どのような色のつけ方をしても、同じ色がついた3点を適当に選び、その3点を結ぶことで一辺の長さが1, 2, $\sqrt{3}$ のいずれかの正三角形をつくることができる。
- このことを示しなさい。



【終わり】