受験番号	

2020年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（４枚のうち１）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

3

得点	

（１）①

AB$=12$, AC : CB $=3:1$ より, AC$=9$, BC$=3$

これより A の y 座標は 9, B の y 座標は -3 となる。

また, 四角形 ODBC が正方形であることから CB=OC$=3$

よって, $\mathrm{A}(3,9)$ となる。

A は放物線 m 上の点より $a=1$, すなわち $m: y=x^2$ と求まる。

また, E の x 座標が -2 であることから, $\mathrm{E}(-2,4)$

よって直線 AE の方程式は $y=x+6$

$\triangle$OAE の等積変形を考えると m と $y=x$ との交点, または m と

$y=x+12$ との交点を求めればよい。

$x^2=x$ より $x=0,1$

$x^2=x+12$ より $x=-3,4$

P は O とは異なるので, 求める P の座標は $(-3,9),(1,1),(4,16)$

受験番号	

2020年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（４枚のうち２）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

3　（続き）

②

①より, B の座標は $B(3, -3)$

B は放物線 n 上にあるので $b = -\frac{1}{3}$, すなわち $n : y = -\frac{1}{3}x^2$ と求まる。

そこで $f(x) = -\frac{1}{3}x^2$ とおくと $f'(x) = -\frac{2}{3}x$

直線 AE の傾きは 1 であるので, $1 = -\frac{2}{3}x$ より $x = -\frac{3}{2}$

y 座標は $y = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4}$

よって求める座標は $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}\right)$

（２）

C の座標を $(t, 0)$ とおく。

$S_1 = t \cdot (-bt^2) = -bt^3$

$S_2 = \int_0^t (ax^2 - bx^2)\, dx = (a-b)\int_0^t x^2\, dx = \frac{a-b}{3}t^3$

$S_1 = S_2$ より $-bt^3 = \frac{(a-b)}{3}t^3$

$t > 0$ より $-b = \frac{a-b}{3}$

すなわち $a = -2b$

受験番号	

2020年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（４枚のうち３）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

4

得点	

（1）

$\triangle$ABC と$\triangle$ADE について

$\angle$A は共通 $\cdots$ ①

また $2\angle \mathrm{ACB} = 3\angle \mathrm{ABC}$ より

$2x = \angle \mathrm{ABC}$ とおくと $\angle \mathrm{ACB} = 3x$

$\angle \mathrm{ADB} = \angle \mathrm{DBC} + \angle \mathrm{ACB}$

$= \frac{1}{2}\angle \mathrm{ABC} + \angle \mathrm{ACB}$ ($\because$ BD は$\angle$ABC の二等分線)

$= x + 3x$

$= 4x$

$\therefore \angle \mathrm{ADE} = \frac{1}{2} \cdot 4x = 2x$ ($\because$ ED は $\angle$ADB の二等分線)

$\therefore \angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{ADE} \cdots$ ②

①, ② より 2 組の対応する角がそれぞれ等しいので

$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{ADE}$

／

受験番号	

2020年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（４枚のうち４）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

4　（続き）

（２）

$\triangle$DEF と$\triangle$DBE について

$\angle$EDF $=$ $\angle$BDE (共通) $\cdots$ ①

また, 四角形 EBCD について

(1) より $\angle$EBC $=$ $\angle$ADE

よって四角形 EBCD は円に内接するので

$\angle$DEF $=$ $\angle$DEC $=$ $\angle$DBC (円周角の定理より)

$=$ $\angle$DBE (∵ BD は$\angle$ABC の二等分線) $\cdots$ ②

①, ② より 2 組の対応する角がそれぞれ等しいので

$\triangle$DEF $\backsim$ $\triangle$DBE

（３）

四角形 EBCD は円に内接し, $\angle$BEC $= 90°$ より $\angle$BDC $= 90°$

よって, $\angle$BDA $= 90°$

$2x =$ $\angle$ABC とおくと $4x = 90° \cdots$ ①

ここで $\angle$A $= 90° - x = 3x$ (∵ ①)

また, (1) より $\angle$ACB $= 3x$

よって$\triangle$ABC は BA=BC= a の二等辺三角形である。

また ① より $2x = 45°$

したがって S=$\dfrac{1}{2}$BA・BC sin $\angle$ABC

$= \dfrac{1}{2}a \cdot a \cdot \sin 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{4}a^2$